

פתרונות

1. נתון שהטרפז ABCD הוא טרפז שווה שוקיים והמשולש BCE הוא שווה צלעות ומכאן ש-
 $BC=CE=BE=AD=1$. נבנה את הקו AE ונראה שנוצרת מקבילית ABCE שבה הצלעות הנגדיות
 שוות, כלומר, $AB=CE=1$ בנוסף, מתקבלת גם המקבילית ABED שגם בה הצלעות הנגדיות שוות,
 כלומר, $AB=ED=1$. הגענו לכך שסביב הטרפז: $AB=BC=CE=ED=DA=1$. היקף הטרפז מורכב
 מהצלעות הללו ולכן היקף הטרפז הוא $1+1+1+1+1=5$.

תשובה מס' (2) נכונה.

2. סכום המספרים יכול להיות תלת-ספרתי או ארבע-ספרתי, שכן אם המספר התלת ספרתי נמוך מאלף
 במעט ותוספת המספר הדו ספרתי תגרום לו להיות גבוה מאלף הוא יהפוך לארבע ספרתי ואם הוא נמוך
 מאלף בהרבה הוא עשוי להישאר תלת ספרתי גם לאחר החיבור.

תשובה מס' (4) נכונה.

3. נפתור את המשוואה:

$$x^2 = (x - y)^2 \Rightarrow x^2 = x^2 - 2xy + y^2 \Rightarrow$$

$$0 = -2xy + y^2 \Rightarrow y^2 = 2xy \Rightarrow y = 2x$$

תשובה מס' (2) נכונה.

4. אם הוא קורא בלוח המודעות ב-50% מזמן העבודה שלו אז הוא קורא בחצי מזמן העבודה. היות שהוא
 עובד במשך 10 שעות, חצי מזמן זה הם 5 שעות ומכאן שהוא קורא בלוח המודעות במשך 5 שעות ביום.
 ב-10% מזמן זה הוא צוחק. 10% מ-5 שעות הם 0.5 שעה. אנו מתבקשים לבטא את התשובה בדקות. חצי
 שעה היא 30 דקות.

תשובה מס' (3) נכונה.

5. נתון שהמשולש BAC הוא שווה צלעות, מכאן שכל אחת מזוויותיו היא בת 60° ומכאן ש- $\alpha = 60^\circ$. גם
 המשולש ABC הוא שווה צלעות וגם זוויותיו הן בנות 60° מכאן שהזווית הצמודה ל- α היא בת 60° .
 גודלה, אם כן, של כל זווית $\sphericalangle c$ הוא 120° . מכיוון שנתונים שני המשולשים שווי הצלעות, הצלעות CD
 ו-CB שוות אחת לשנייה ויוצרות משולש BCD שווה שוקיים שבו זווית הראש היא בת 120° , גודלן של
 שתי זוויות הבסיס יחד הוא $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ולכן כל אחת מזוויות הבסיס היא בת $30^\circ = \frac{60^\circ}{2}$.

מכאן ש- $\beta = 30^\circ$. מכאן נובע ש- $\alpha - \beta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$.

תשובה מס' (3) נכונה.

הבחינה הפסיכומטרית, מועד אפריל 2011, הפתרונות

6. נסדר את הנתונים: בכיתה יש 30 תלמידים.

10 בנים ו-20 בנות.

15 לובשים מכנסיים ארוכים ו-15 מכנסיים קצרים (שכן נתון שחצי

לובשים קצרים וחצי ארוכים)

5 בנות בדיוק מתוך 20 הבנות לובשות מכנסיים ארוכים, כלומר שמספר הבנות

שלובשות מכנסיים קצרים הוא $20 - 5 = 15$. ומכאן ש-15 בנות לובשות מכנסיים

ארוכים. נתון שמתוך כל תלמידי הכיתה 15 לובשים מכנסיים קצרים ומכאן שכל המכנסיים הקצרים מצויים אצל הבנות ואין אף בן שלובש מכנסיים קצרים.

תשובה מס' (4) נכונה.

7. את נפח החרוט אנו מוצאים על-פי הנוסחה: $\frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$ כאשר r הוא רדיוס הבסיס ו- h הוא גובה

$$\text{החרוט. על-פי נוסחה זו ועל-פי הנתונים: נפח החרוט יהיה: } \frac{1}{3} \cdot \pi a^2 \cdot 4a = \frac{4}{3} \cdot \pi a^2 \cdot a = \frac{4}{3} \pi a^3$$

תשובה מס' (1) נכונה.

8. נעבוד לפי נוסחת האחוזים:

$$\frac{(x+120) \cdot 40}{100} = 100 \Rightarrow \frac{(x+120) \cdot 2}{5} = 100 \Rightarrow$$

$$(x+120) \cdot 2 = 500 \Rightarrow x+120 = 250 \Rightarrow$$

$$x = 250 - 120 \Rightarrow x = 130$$

תשובה מס' (3) נכונה.

9. נסמן ק"ג סוכר באות S וליטר חלב באות H ונכתוב את המשוואה על-פי הנתון ב"מידע נוסף":

$$5S + 4H = 2 + 4S + 5H \Rightarrow$$

$$5S - 4S = 2 + 5H - 4H \Rightarrow$$

$$S = 2 + H$$

קיבלנו שמחירו של ק"ג סוכר גבוה ממחירו של ליטר חלב ב-2 שקלים. ערכו של טור א' גבוה יותר.

תשובה מס' (1) נכונה.

הבחינה הפסיכומטרית, מועד אפריל 2011, הפתרונות

10. נציב שתי הצבות שונות משתי קבוצות מספרים שונות ונבדוק את תשובה.

$$\text{הצבה א': } a = 2. \text{ טור א': } a - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\text{טור ב': } b = \frac{1}{a} = \frac{1}{2}$$

ערכו של טור א' גדול יותר עבור הצבה זו.

$$\text{הצבה ב': } a = \frac{1}{2}. \text{ טור א': } a - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{טור ב': } b = \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

ערכו של טור ב' גדול יותר עבור הצבה זו.

קיבלנו תוצאות שונות בשתי ההצבות ומכאן שאי אפשר לדעת בוודאות למי מהטורים ערך גבוה יותר.

תשובה מס' (4) נכונה.

11. אנו לא יודעים איפה בדיוק נמצאת הנקודה B, היא יכולה להיות בדיוק באמצע הקוטר והיא יכולה להיות קרובה יותר לאחד הצדדים מאשר לצד השני.

נבדוק את היחס בין חצי היקף המעגל לבין אורך הקו המודגש בשני מקרים.

באופן כללי את היקף חצי המעגל ניתן למצוא בעזרת הנוסחה: $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$. נבדוק את אורך הקו המודגש

בשני מצבים שונים:

א. במצב שבו הנקודה B היא בדיוק באמצע הקוטר. גודלו של כל רדיוס הוא $\frac{r}{2}$. אורכו של הקו המודגש

הוא סכום שני אורכי חצאי המעגלים, כלומר $\pi \cdot \frac{r}{2} + \pi \cdot \frac{r}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$. קיבלנו שאורך הקו המודגש

שווה לאורך חצי המעגל.

ב. במצב שבו הנקודה B היא ברבע הקוטר. גודלו של רדיוס אחד הוא $\frac{r}{4}$ ושל הרדיוס השני הוא $\frac{3r}{4}$.

אורכו של הקו המודגש הוא סכום אורכי חצאי המעגלים, כלומר, $\pi \cdot \frac{r}{4} + \pi \cdot \frac{3r}{4} = \frac{4\pi r}{4} = \pi r$. קיבלנו

שאורך הקו המודגש שווה לאורך חצי המעגל.

מצאנו שערכי שני הטורים שווים.

תשובה מס' (3) נכונה.

12. היות שנתון שהמשולש ABC הוא משולש שווה צלעות, אנו יכולים להסיק שהמשולש ADC הוא משולש

זהב שבו גודלי הזוויות הן $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, היחס בין צלעות המשולש הוא $1, \sqrt{3}, 2$. היתר במשולש הזה הוא צלע במשולש שווה הצלעות (מיוצג ביחידת יחס 2), הצלע הבינונית במשולש היא הגובה במשולש

שווה הצלעות (מיוצג ביחידת יחס $\sqrt{3}$).

$$\text{טור א': } 3 \cdot 2 = 6 = \sqrt{36}$$

$$\text{טור ב': } 4 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$$

ערכו של טור ב' גדול יותר.

תשובה מס' (2) נכונה.

הבחינה הפסיכומטרית, מועד אפריל 2011, הפתרונות

13. נציב שתי הצבות שונות משתי קבוצות מספרים שונות ונבדוק את תשובה.

$$\text{הצבה א': } a = 2 \text{ טור א': } a^{-a} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{טור ב': } a^a = 2^2 = 4$$

ערכו של טור ב' גדול יותר עבור הצבה זו.

$$\text{הצבה ב': } a = \frac{1}{2} \text{ טור א': } a^{-a} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{טור ב': } a^a = \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

ערכו של טור א' גדול יותר עבור הצבה זו.

קיבלנו תוצאות שונות בשתי ההצבות ומכאן שאי אפשר לדעת בוודאות למי מהטורים ערך גבוה יותר.

תשובה מס' (4) נכונה.

14. נבדוק את הטענות עד שנגיע לטענה נכונה:

(1) ככל שהחשוד משקר פחות באחוזים כך עולה זיהוי השקרים של שני החשודים. ניתן לראות שמי ששיקר הכי פחות באחוזים הוא A ודווקא אצלו זהו השקרים במידה המועטה ביותר אצל שני השוטרים, ולכן תשובה זו אינה נכונה.

(2) ככל שהחשוד משקר יותר באחוזים כך עולה זיהוי השקרים של שני החשודים. ניתן לראות שמי ששיקר הכי פחות באחוזים הוא A ואצלו זהו השקרים במידה המועטה ביותר אצל שני השוטרים ומצד שני מי ששיקר הכי הרבה היה D ואצלו אכן זיהוי השקר היה הגבוה ביותר, ולכן תשובה זו נכונה.

תשובה מס' (2) נכונה.

15. נתון כי אחוז זיהוי השקר של חשוד D על-ידי שוטר א' הוא 90%, כלומר, שוטר א' זיהה 90% מהתשובות השקריות. מכאן שהוא לא זיהה 10% מהן.

תשובה מס' (1) נכונה.

16. אנו צריכים למצוא את החשוד שאם נחבר את אחוז זיהוי השקר של שוטר א' ושל שוטר ב' נגיע למספר שנמוך מ-100%, שכן אם נגיע למספר גבוה מ-100% יכול להתקיים מצב שבו כל אחד מהשוטרים זיהה תשובות שקריות אחרות וביתר לא הייתה אף תשובה שקרית שאף אחד מהם לא זיהה. אצל חשוד A סכום אחוזי זיהוי השקר אצל שני השוטרים קטן מ-100% ולכן גם אם הם זיהו תשובות אחרות אחד מהשני עדיין יש מספר מסויים של תשובות שקריות שהם לא זיהו.

תשובה מס' (1) נכונה.

17. מספר התשובות האמיתיות של חשוד A הוא 90% מ-1000, כלומר 900. מתוכם שוטר ב' זיהה 90%,

$$\text{כלומר } \frac{90 \cdot 900}{100} = 90 \cdot 9 = 810$$

מספר התשובות האמיתיות של חשוד B הוא 80% מ-1000, כלומר 800. מתוכם שוטר ב' זיהה 90%,

$$\text{כלומר } \frac{90 \cdot 800}{100} = 90 \cdot 8 = 720$$

$$\text{ההפרש ביניהם הוא } 810 - 720 = 90$$

תשובה מס' (3) נכונה.

הבחינה הפסיכומטרית, מועד אפריל 2011, הפתרונות

18. הזווית המסומנת בשרטוט היא בת 120° , כלומר היא מהווה שליש מעגל. גם אורך הקו המודגש הוא שליש מההיקף של המעגל וגם שטח הגזרה הכהה היא שליש משטח המעגל. על פי הנתונים אורך הקו

$$\frac{1}{3} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot 2\pi r \Rightarrow r^2 = 2r \Rightarrow r = 2$$

המודגש ושטח הגזרה הכהה שווים ולכן:

תשובה מס' (2) נכונה.

19. כדי לבדוד את X נבצע פעולת חיבור בין שתי המשוואות:

$$\begin{aligned} x + y &= z \\ x + z &= y \\ x + y + x + z &= z + y \\ 2x + y + z &= z + y \\ 2x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

קיבלנו שיכול להיות לX רק ערך אחד – 0.

תשובה מס' (1) נכונה.

20. אנו יודעים ששני הפועלים המיומנים עושים עבודה כפולה מהעבודה שעושים העובדים הלא מיומנים, לכן נגדיר את עבודת העובדים הלא מיומנים 1 ומכאן נובע שאת עבודת העובדים המיומנים נגדיר 2, שכן היא גדולה פי 2. מספר התפוזים שקוטף פועל מיומן בשעה הוא $\frac{2}{2}$ שכן את העבודה, 2, שני אנשים מבצעים.

באופן דומה, מספר התפוזים שקוטף פועל לא מיומן בשעה הוא $\frac{1}{3}$ שכן את העבודה, 1, שלושה אנשים מבצעים.

$$\frac{\frac{2}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{1} = 3$$

נציב בשבר המבוקש:

תשובה מס' (3) נכונה.

21. באופן כללי, חצי מהמספרים הם זוגיים וחצי מהמספרים הם אינם זוגיים. כשנמנה את המספרים השלמים החל מ-1 ועד המספר n תמיד נתחיל במספר 1, שהוא אי-זוגי. ברגע שנספור את 1 "כל המספרים" יהיו אי-זוגיים, כשנספור את 2 חצי מהמספרים יהיו אי-זוגיים, כשנספור את 3, שני שליש מהמספרים יהיו אי-זוגיים, כשנספור את 4 שוב חצי מהמספרים יהיו אי-זוגיים, וכן הלאה. קיבלנו שתמיד לפחות חצי מהמספרים הם אי-זוגיים.

תשובה מס' (1) נכונה.

הבחינה הפסיכומטרית, מועד אפריל 2011, הפתרונות

22. נתונים ארבעת אורכי החבלים וכן נתון שניתן להשתמש גם בחצי מאורך החבל. שימו לב שאם השתמשנו באורך החבל השלם, לא ניתן להשתמש באותו חישוב גם באורך חצי החבל. נכתוב את אורכי החבלים:

2	3	8	15
1	1.5	4	7.5

ננסה להרכיב את כל אחד מהאורכים שבתשובות:

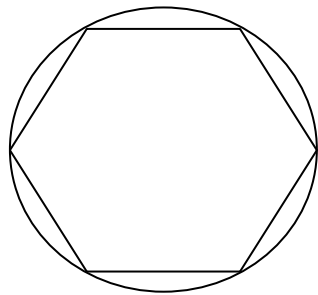
(1) לא ניתן.

(2) $8+1=9$

(3) $7.5+4+1.5+1=14$

(4) $15+1.5=16.5$

תשובה מס' (1) נכונה.



23. ניתן לראות שכאשר אנו חוסמים מצולע בתוך מעגל, מספר השטחים שמתקבלים גדול באחד ממספר צלעות המצולע שכן מתווסף גם השטח של מרכז המצולע. אם כן, עבור מצולע בעל 6 צלעות יתקבלו 7 שטחים נפרדים.

תשובה מס' (2) נכונה.

24. ראשית נפסול את תשובות (2) ו-(4) כי ניתן לראות בבירור שהם גדולים יותר מ-(1) ומ-(3) בהתאמה, שכן עבור שני שברים שהמונה שלהם זהה, ככל שהמכנה קטן יותר השבר גדול יותר. ועבור שני שברים שהמכנה שלהם זהה, ככל שהמונה גדול יותר השבר גדול יותר.

כעת, נשווה בין $\frac{6}{5}$ לבין $\frac{17}{13}$. נהפוך כל אחד מהם לשבר מעורב ונקבל: $1\frac{1}{5}$ ו- $1\frac{4}{13}$. כעת נשווה בין $\frac{1}{5}$

לבין $\frac{4}{13}$. נרחיב את $\frac{1}{5}$ פי 4 ונקבל $\frac{4}{20}$. ודאי ש- $\frac{4}{20}$ קטן יותר מ- $\frac{4}{13}$ ולכן השבר הקטן ביותר הוא $\frac{6}{5}$.

תשובה מס' (1) נכונה.

25. כאשר הראשון יוצא מהחדר, הוא נותן לכל אחד שקל וכך לכל אחד מהנוכחים יש $n+1$, לאחר שהשני עוזב גם הוא נותן לכל אחד שקל וכך יש לכל אחד מהנוכחים $n+2$ שקלים, באופן דומה לאחר שהשלישי הולך יש לכל אחד $n+3$ שקלים. כאשר הרביעי יוצא זהו הסכום שלו לפני החלוקה. הוא נותן לכל אחד מהנוכחים (לא כולל אותו) שקל. מספר הנוכחים הוא n פחות מספר האנשים שכבר יצאו כולל הרביעי (ארבעה). לכן, הסכום שיישאר לו הוא $n+3-(n-4)=n+3-n+4=3+4=7$.

תשובה מס' (2) נכונה.